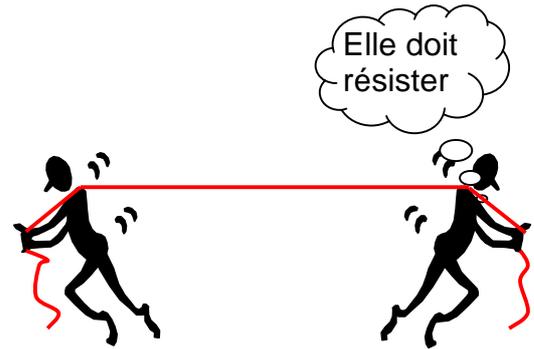


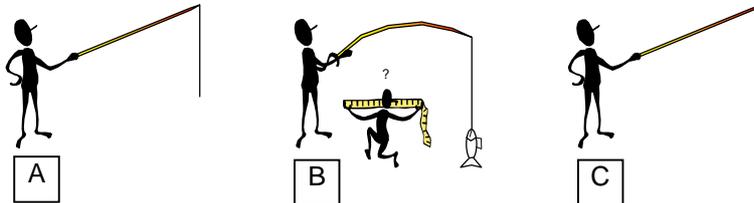
1-1. INTERET :

Elle permet de **dimensionner les pièces** (épaisseur, longueur...), en vérifiant les **conditions de résistances en fonction des matériaux** qui les composent et d'étudier les déformations (allongement, raccourcissement...), suivant la nature des sollicitations qu'elles auront à supporter.



1-2. HYPOTHESES :

Les déformations sont élastiques, cela veut dire que si l'on supprime les sollicitations, la pièce reprend sa forme initiale.



Les matériaux sont supposés homogènes et isotropes ; (les matériaux composites, le béton ne sont pas homogènes, et le bois n'est pas isotrope, le sens des fibres est important).

1-3. SOLLICITATIONS :

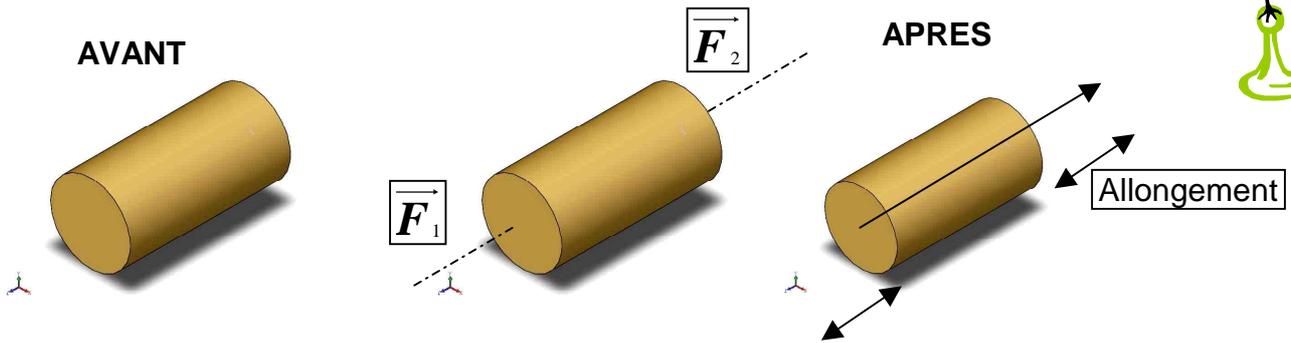
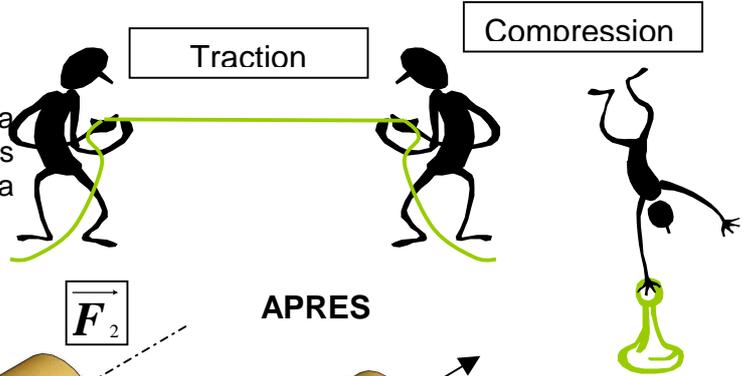
On constate suivant la direction et le sens des actions appliquées les conditions de résistance à :

<u>L'extension (traction) :</u>	<u>La compression (pièce courte) :</u>	<u>Le cisaillement :</u>
<u>La torsion :</u>	<u>La flexion :</u>	<u>Le flambage (compression sur pièce longue) :</u>

TRACTION - COMPRESSION

2-1. DEFINITION :

Une pièce est soumise à la traction ou à la compression lorsqu'elle subit deux forces égales et directement opposées sur l'axe neutre de la pièce.



2-2. ESSAI DE TRACTION :

Il permet de déterminer la Résistance à la limite élastique et la Résistance à la rupture des différents matériaux.

Il permet de définir les caractéristiques de résistance des matériaux.



1 - Machine à essai de traction



2 - Machine à essai de traction



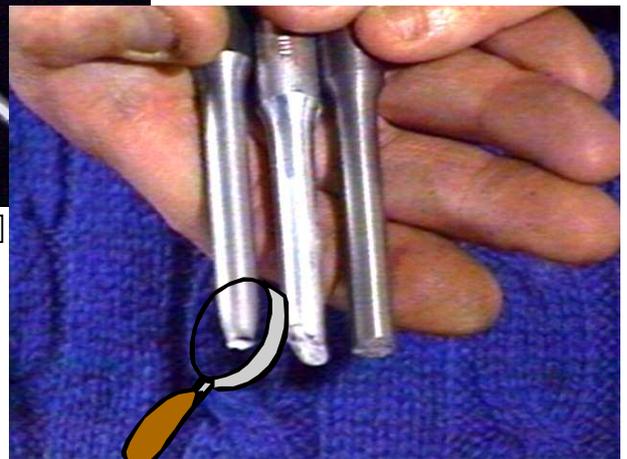
3 - Détail des mors et de l'éprouvette



4 - Éprouvettes cylindrique et plane

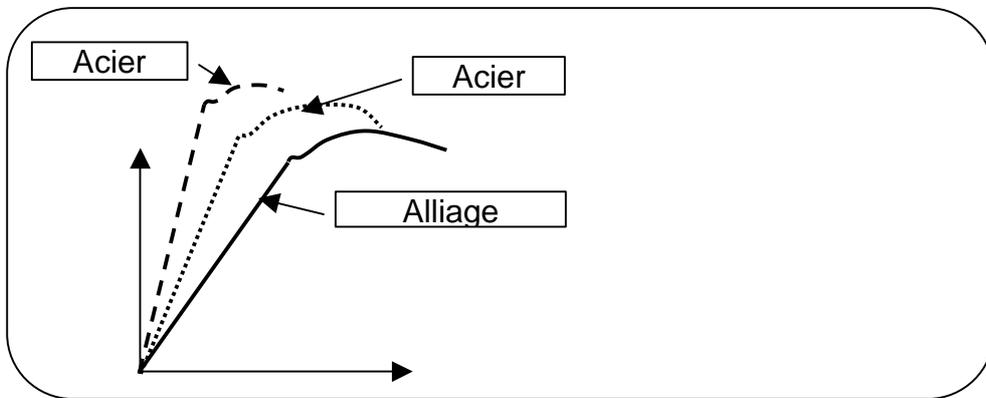
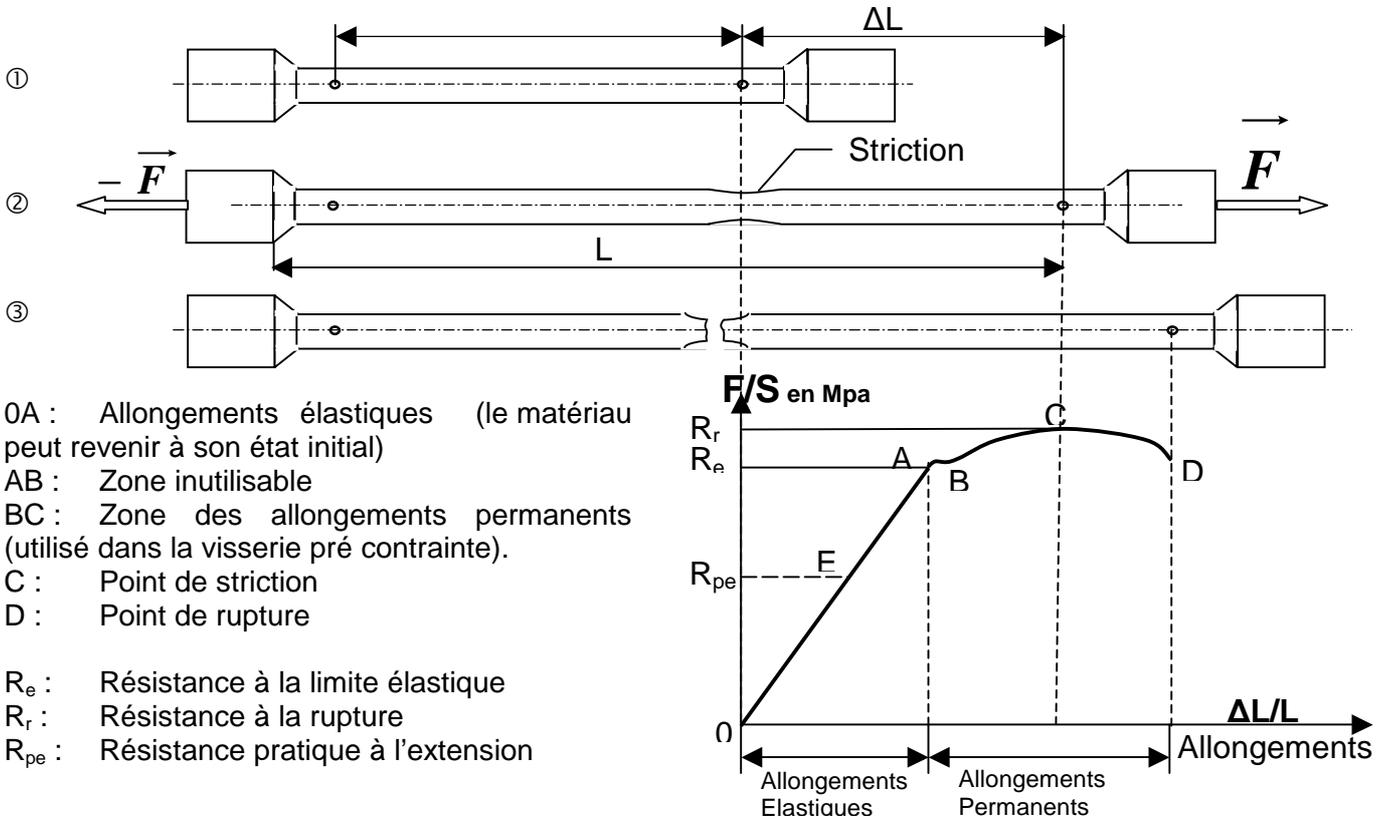


5 - Rupture d'éprouvette

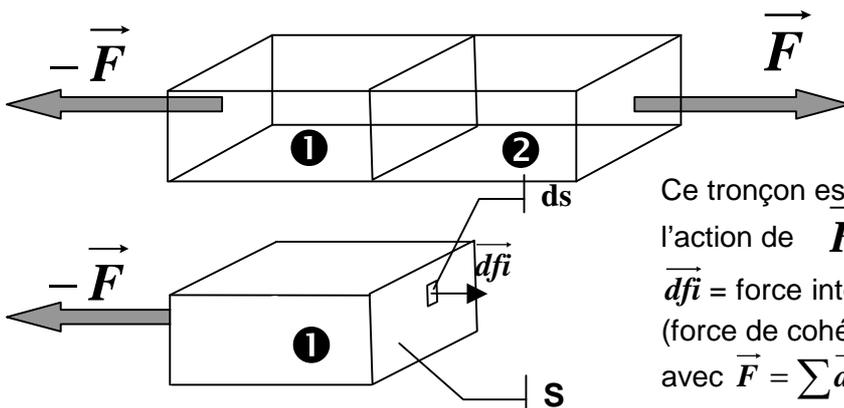


5 - Striction et formes de la cassure d'éprouvette

L'éprouvette de longueur initiale L_0 , de section S , subit une force croissante jusqu'à la rupture. Le **graphe** traduit la relation entre les allongements de l'éprouvette et F/S .



2-3. Définition de la contrainte σ : (σ prononcer SIGMA)



On isole le tronçon ❶ et on considère la section S .

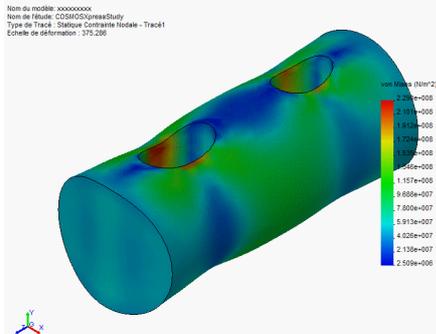
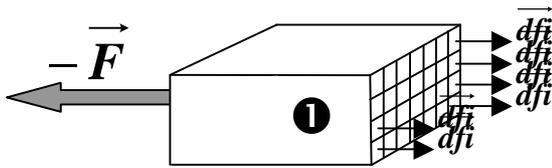


Ce tronçon est en équilibre sous

l'action de \vec{F} et des \vec{df}_i

\vec{df}_i = force interne agissant sur une petite surface ds (force de cohésion)

avec $\vec{F} = \sum \vec{df}_i$



La contrainte est définie par $\vec{df}_i / 1\text{mm}^2$

Remarque :

Pour une surface donnée, plus F est grande, plus la contrainte est grande, mais si la surface augmente alors la contrainte diminue.

donc $\sigma(N)_{\text{MPa}} = F_N / S_{\text{mm}^2}$

C'est la contrainte normale lorsque la pièce subit un effort de traction.

Certains logiciels de simulation mécanique peuvent donner une image animée et colorisée d'une pièce sollicitée ici à l'extension. (En rouge la contrainte maxi, en bleu la contrainte mini).

2-4. CONDITIONS DE RESISTANCE :

Pour des raisons de sécurité, la contrainte de la pièce doit rester inférieure à R_{pe} avec :

$$R_{pe} = \frac{R_e}{k} \quad \text{avec } k = \text{coefficient de sécurité et } 2 \leq k \leq 10 \quad \sigma(N) \leq R_{pe}$$

Condition respectée \rightarrow déformation élastique de la pièce, donc le matériau ne se brise pas, il reprend ses dimensions initiales !

Exemple : Pince de levage avec une action F de 3000 N agissant sur une biellette de section rectangulaire de 16 x 10.

Calculez la contrainte normale $\sigma(N)$ dans une section de la biellette puis vérifiez la condition de résistance si $k=10$.

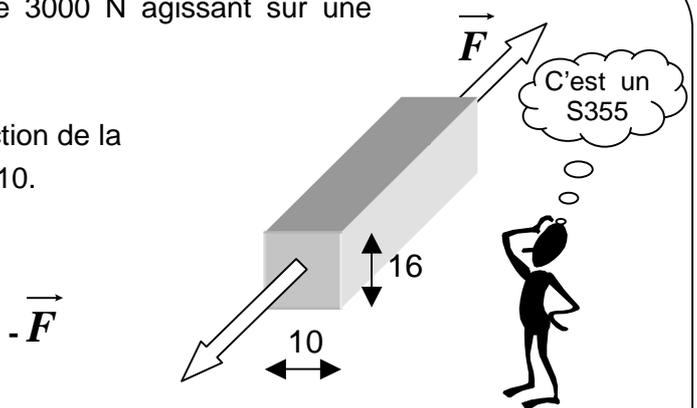
$$S = 16 \times 10 = 160 \text{ mm}^2$$

$$\sigma = 3000 / 160 = 18,75 \text{ MPa}$$

$$R_{pe} = R_e / k = 355 / 10 = 35,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma = 18,75 \text{ MPa} \leq R_{pe} = 35,5 \text{ MPa}$$

La biellette supporte l'effort.



2-5. ETUDE DES DEFORMATIONS :

Sur le graphe de l'essai de traction OA représente la zone « élastique » qui traduit que la contrainte est proportionnelle aux déformations (courbe de la forme $y=ax$).

L_0 représente la longueur initiale de l'éprouvette. Les expériences montrent que les allongements sont proportionnels aux longueurs initiales.

Cette propriété peut se traduire par la notion d'allongement relatif (ϵ) (se prononce epsilon).

Avec $\epsilon = \Delta L / L_0$

On l'appelle aussi l'allongement relatif ou allongement unitaire (il n'a pas d'unité).

ΔL = allongement de la pièce en mm.

L_0 = longueur initiale de la pièce en mm.

2-6. RELATION ENTRE LA CONTRAINTE σ ET L'ALLONGEMENT ϵ :

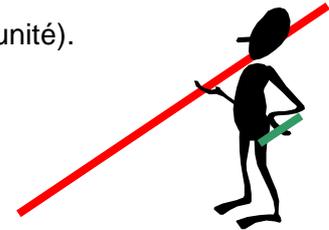
Pour un grand nombre de matériaux on démontre que l'allongement est proportionnel à la contrainte, par conséquent $F / \Delta L = \text{constante}$

Cette propriété s'énonce de la même façon par la loi de **HOOKE** sous la forme :

$$\sigma = E \times \epsilon$$

E est appelé le module de **YOUNG** ou module d'élasticité longitudinal en Mpa

En conclusion : $\epsilon = \sigma / E$ donc $\Delta L = \epsilon \times L$



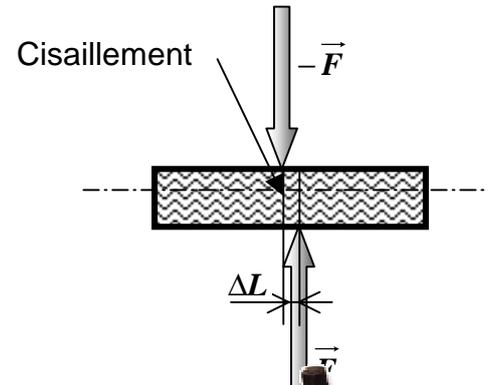
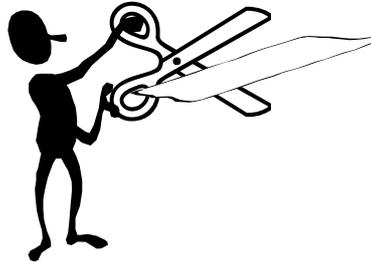
2-7. QUELQUES EXEMPLES DE LA VALEUR DE E :

carbures métalliques	$E = 55000 \text{ daN/mm}^2$
Tungstène	$E = 42000 \text{ daN/mm}^2$
Aciers	17000 à 28000 daN/mm^2
Aciers de construction	20000 à 22000
Cuivre	12600 daN/mm^2
Titane	10500 daN/mm^2
Bronze	10000 à 12000 daN/mm^2
Fonte	10000 daN/mm^2
Laiton	9200 daN/mm^2
Zinc	8000 daN/mm^2
Alliage d'aluminium	7000 à 7500
Verre	7000 à 7500
Magnésium	4500
Etain	4000
Béton	2000
Bois	1000 à 3000
Cuir	25
Caoutchouc	0,75
Elastomère	0,3

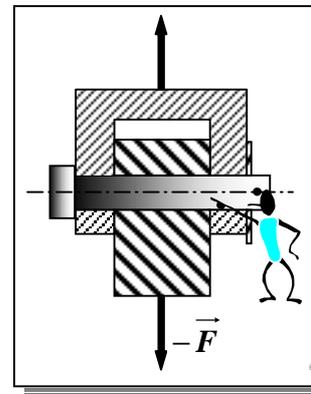
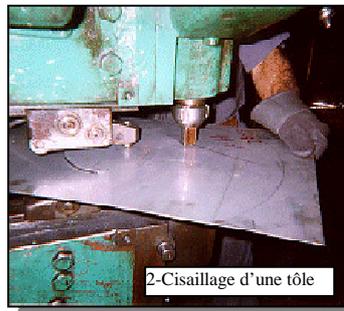
CISAILLEMENT

3-1. DEFINITION :

Une pièce est soumise au cisaillement lorsqu'elle subit deux forces égales et opposées (*le mot directement est volontairement enlevé*) perpendiculaires à la ligne moyenne.



3-2. Applications du cisaillement :



3-3. DEFINITION DE LA CONTRAINTE τ : (τ prononcer tau)

La définition de la contrainte reprend le même procédé d'analyse que pour l'extension compression.
Les deux tronçons **glissent** l'un par rapport à l'autre.

On isole le tronçon **1**, on considère la section S et on recherche l'équilibre du tronçon.

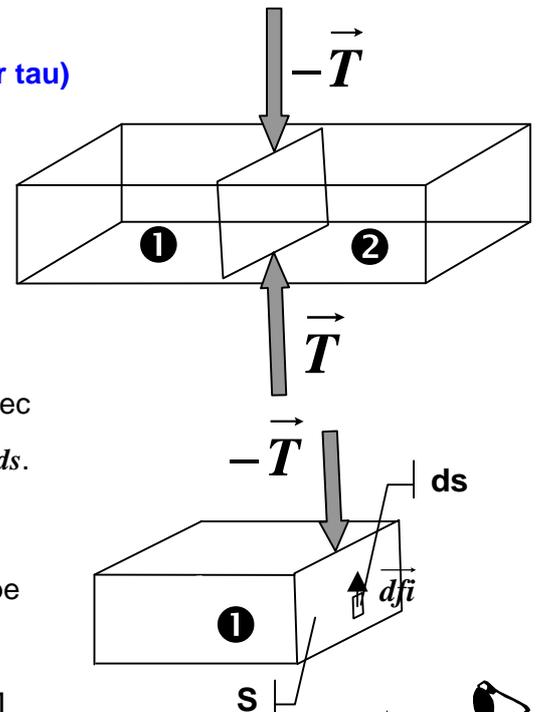
Le tronçon est en équilibre sous l'action de $-\vec{T}$ et des \vec{dfi} avec \vec{dfi} = force interne de cohésion agissant sur une petite surface ds.

La contrainte est définie par $\vec{dfi} / 1mm^2$

Comme dans la contrainte d'extension, on retrouve le même type de formule : $-\vec{T} = \sum \vec{dfi}$.

En conclusion, on peut écrire que :

$$\tau_{MPa} = T_N / S_{mm^2}$$



3-4.CONDITION DE RESISTANCE :

Pour des raisons de sécurité, la contrainte de la pièce doit rester inférieure à **Rpg** (résistance pratique au **glissement**) avec :

$$R_{pg} = \frac{R_g}{k} \quad \text{avec } k = \text{coefficient de sécurité et avec } 2 \leq k \leq 10$$

et R_g résistance au glissement

on a :

$$\tau = \frac{T}{S} \leq R_{pg}$$

Condition respectée → déformation élastique de la pièce, donc le matériau ne se brise pas, il reprend ses dimensions initiales !

Dans la pratique nous ne possédons pas toujours R_g . On admet alors que

$$R_g = R_e / 2$$

Exemple :

La roulette proposée ci contre, se compose d'un support [2] et d'une roue [1]. La liaison pivot est assurée par un axe [3] de 9 mm de diamètre.

Calculer les contraintes de cisaillement dans l'axe 3.

Le module de F égal 400 daN.

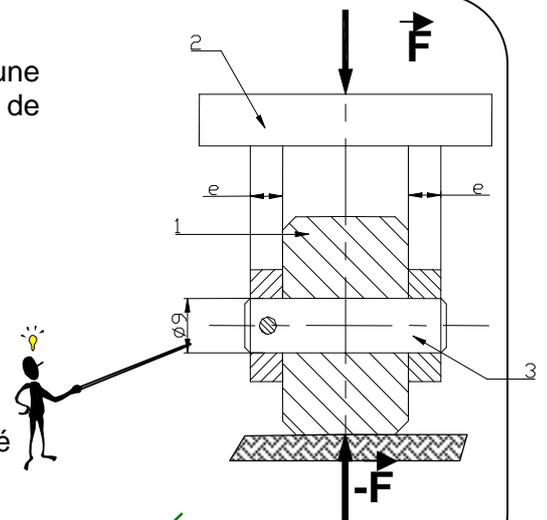
- 1) Déterminez le nombre de surfaces cisailées : 2
- 2) Déterminez la contrainte de cisaillement dans l'axe [3].

$$\tau = F / S = 4000 / (2 \times \pi \times 4,5^2) = 31,43 \text{ MPa}$$

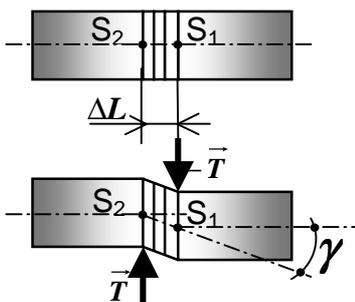
- 3) Si l'axe est en acier E335, vérifiez si la condition de résistance est respectée, avec un coefficient de sécurité de 5.

$$R_{pg} = R_g / k = 0,5 \times 355 / 5 = 35,5 \text{ MPa}$$

On vérifie que $\tau \leq R_{pg}$



3-5. Angle de glissement (déformation) :



Le glissement est mesuré par l'angle gamma (γ) appelé angle de glissement exprimé en radian.

Entre les sections droites comprises entre S1 et S2 glissent les unes sur les autres. γ mesure cette déformation.

Dans la zone de déformation élastique, la contrainte τ est proportionnelle à l'angle de glissement γ .

$$\tau_{\text{MPa}} = G \cdot \gamma_{\text{rad}}$$

G au même titre que **E** (module de YOUNG) est une caractéristique du matériau.

Pour les métaux, on admet que **G=0,4E**

Pour les aciers, $G=80000 \text{ Mpa}$; pour les bronzes $G=48000 \text{ Mpa}$; l'aluminium $G=32000 \text{ Mpa}$.

